

Statistisk utvärdering av antagningen till Polishögskolan 2006–2013

Bakgrund

Undertecknad, professor emeritus i matematisk statistik vid Uppsala universitet, har blivit ombedd att göra en statistisk utvärdering av antagningen till Polishögskolan 2006–2013 för att avgöra om de avvikelser i fördelningen mellan manliga och kvinnliga antagna som observerats vid de tre antagningstillfällena 2009 och 2010 kan förklaras av slumpvariation, eller om de måste ha andra orsaker.

Data

Det tillgängliga materialet omfattar totalt 15 ansökningstillfällen, sex före och sex efter de ovannämnda antagningarna. Det fullständiga underlaget återfinns i Tabell 1.

Söktillfälle	Antal sökande			Antal antagna		
	totalt	män	kvinnor	totalt	män	kvinnor
Jan 2006	6290	4084	2206	528	317	211
Aug 2006	6252	4049	2203	528	312	216
Jan 2007	5982	3882	2100	480	293	187
Aug 2007	6367	4092	2275	830	606	224
Jan 2008	7632	4853	2779	830	481	349
Aug 2008	7336	4492	2844	877	596	281
Jan 2009	7219	4416	2803	351	175	176
Aug 2009	6909	4237	2672	302	151	151
Jan 2010	7160	4553	2607	140	70	70
Jan 2011	9015	5712	3303	368	228	140
Aug 2011	7050	4452	2598	303	188	115
Jan 2012	6788	4340	2448	402	249	153
Aug 2012	6511	4099	2412	409	278	131
Jan 2013	7156	4438	2718	352	239	113
Aug 2013	6620	3883	2737	336	218	118

Tabell 1. Antal sökande och antagna

Av tabellen framgår att både antalet sökande och antalet antagna varierar mellan de olika sökperioderna. Det är därför mer intressant att studera andelen manliga och kvinnliga sökande och antagna, vilka presenteras i Tabell 2.

Söktillfälle	Andel sökande		Andel antagna	
	män	kvinnor	män	kvinnor
Jan 2006	0.6493	0.3507	0.6004	0.3996
Aug 2006	0.6476	0.3524	0.5909	0.4091
Jan 2007	0.6489	0.3511	0.6104	0.3896
Aug 2007	0.6427	0.3573	0.7301	0.2699
Jan 2008	0.6359	0.3641	0.5795	0.4205
Aug 2008	0.6123	0.3877	0.6796	0.3204
Jan 2009	0.6117	0.3883	<i>0.4986</i>	<i>0.5014</i>
Aug 2009	0.6133	0.3867	<i>0.5000</i>	<i>0.5000</i>
Jan 2010	0.6359	0.3641	<i>0.5000</i>	<i>0.5000</i>
Jan 2011	0.6336	0.3664	0.6196	0.3804
Aug 2011	0.6315	0.3685	0.6205	0.3795
Jan 2012	0.6394	0.3606	0.6194	0.3806
Aug 2012	0.6295	0.3705	0.6797	0.3203
Jan 2013	0.6202	0.3798	0.6790	0.3210
Aug 2013	0.5866	0.4134	0.6488	0.3512

Tabell 2. Andel sökande och antagna

Av Tabell 2 framgår att andelen sökande män ligger ganska konstant på drygt 60 %, med undantag från Augusti 2013 då andelen är något under 60 %. Andelen antagna män motsvarar, med hänsyn till slumpvariation, andelen sökande män så när som på de tre sökperioderna Januari 2009, Augusti 2009 och Januari 2010, där de kursiverade antagningsandelarna kraftigt understiger motsvarande ansökningsandelar.

För att underlätta studiet av om dessa avvikelser kan vara rena slump effekter delas söktillfällena in i tre grupper:

- Period 1: Januari 2006–Augusti 2008 (sex ansökningstillfällen),
- Period 2: Januari 2009–Januari 2010 (tre ansökningstillfällen),
- Period 3: Januari 2011–Augusti 2013 (sex ansökningstillfällen),

vilket sammanfattas i Tabell 3 och 4.

Sökperiod	Antal sökande			Antal antagna		
	totalt	män	kvinnor	totalt	män	kvinnor
Period 1	39859	25452	14407	4073	2605	1468
Period 2	21288	13206	8082	793	396	397
Period 3	43140	26924	16216	2170	1400	770

Tabell 3. Antal sökande och antagna i de tre perioderna

Sökperiod	Andel sökande		Andel antagna	
	män	kvinnor	män	kvinnor
Period 1	0.6386	0.3614	0.6396	0.3604
Period 2	0.6203	0.3797	0.4994	0.5006
Period 3	0.6241	0.3759	0.6452	0.3548

Tabell 4. Andel sökande och antagna i de tre perioderna

Metod

Från Tabell 4 framgår att det tycks råda en god överensstämmelse mellan andelen sökande och antagna män i Period 1 och Period 3, men inte i Period 2.

Vi kommer därför att, för var och en av perioderna, testa hypotesen: "Sannolikheten att antas är oberoende av kön". Vi använder ett oberoendetest, χ^2 -test (chi-2-test), med data från Tabell 3, på följande form

Period	Antal antagna	Antal ej antagna
Män	o_{11}	o_{12}
Kvinnor	o_{21}	o_{22}

Tabell 5. Underlag för oberoendetest

Testet bygger på att de observerade frekvenserna, o_{ij} , jämförs med de förväntade under hypotesen, e_{ij} . Dessa beräknas så att förhållandet mellan antalet antagna män och kvinnor överensstämmer med förhållandet mellan antalet sökande män och kvinnor. Som teststorhet används

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}},$$

som är approximativt $\chi^2(1)$ -fördelad under hypotesen.

Anmärkning 1: För att approximationen ska vara acceptabel krävs att de förväntade frekvenserna, e_{ij} , är tillräckligt stora. Den tumregel som brukar användas, se t.ex. referens [1], är $e_{ij} \geq 5$, vilket med god marginal är uppfyllt vid testen nedan.

Om hypotesen är sann bör det råda god överensstämmelse mellan observerade och förväntade frekvenser, så att teststorheten antar ett litet värde, medan om hypotesen inte är sann vi bör förvänta oss ett större värde på teststorheten χ^2 . Testet är därför av typen: Förkasta hypotesen om χ^2 är större än vad som kan förväntas på grund av ren slumpvariation.

Alla beräkningar har utförts med statistikprogrammet R. Detta ger, i likhet med andra statistikprogram, dels värdet på teststorheten χ^2 , dels ett p -värde, vilket anger sannolikheten att, om hypotesen är sann, man på grund av ren slump ska få ett minst lika extremt utfall som det observerade, dvs. i det här fallet ett värde på en $\chi^2(1)$ -variabel som är större än det observerade χ^2 -värdet. Om p -värdet är "tillräckligt litet" förkastas hypotesen. Hur "tillräckligt litet" ska väljas beror på hur allvarligt det är att av misstag förkasta hypotesen. En vanlig felrisk är 5%, dvs. att hypotesen förkastas om $p < 0.05$. Man riskerar då att en gång på tjugo förkasta en sann hypotes.

Om man har för avsikt att utföra flera test bör man välja en något mindre felrisk för de enskilda testen på grund av den så kallade *masssignifikanseffekten*. Om man t.ex. testar 20 hypoteser alla med felrisk 5% bör man förvänta sig att förkasta en av hypoteserna även om alla är sanna! För att få en total felrisk som är högst 5% bör man välja felrisken 5 dividerat med antalet test i de enskilda testen. Vi kommer att utföra tre test nedan och väljer därför felrisken $5/3 = 1.67\%$ i vart och ett av testen.

Analys

Period 1	Antal antagna	Antal ej antagna
Män	2605	22847
Kvinnor	1468	12939

Tabell 6. Underlag för oberoendetest, Period 1

För Period 1 erhålls $\chi^2 = 0.0161$, vilket ger p -värdet 0.8991. Det finns alltså ingen signifikant skillnad i antagningssannolikhet i denna period (antagningssannolikheterna var 0.1023 för män och 0.1019 för kvinnor).

Period 2	Antal antagna	Antal ej antagna
Män	396	12810
Kvinnor	397	7685

Tabell 7. Underlag för oberoendetest, Period 2

För Period 2 erhålls ett extremt testutfall: $\chi^2 = 50.6551$ med p -värdet $1.1 \cdot 10^{-12}$ (0.000 000 000 001 1). Antagningssannolikheten var alltså betydligt större för kvinnor än för män (0.0491 mot 0.0300) i denna period.

Period 3	Antal antagna	Antal ej antagna
Män	1400	25524
Kvinnor	770	15446

Tabell 8. Underlag för oberoendetest, Period 3

För Period 3 ger testet resultatet $\chi^2 = 4.2233$, vilket motsvarar p -värdet 0.03987, som alltså inte är signifikant vid 1.67% felrisk. Det är en antydning till en något högre antagningssannolikhet för de manliga sökande än för de kvinnliga (0.0520 mot 0.0475) i denna period.

Den enda tydliga avvikelser från hypotesen om lika antagningssannolikhet för manliga och kvinnliga sökande är alltså den i Period 2, där de kvinnliga sökande antogs med större sannolikhet än de manliga. Detta skulle ju kunna bero på att det just vid dessa antagningsomgångar var ovanligt kvalificerade kvinnliga sökande, men även under detta antagande är fördelningen mellan manliga och kvinnliga antagna osannolikt jämn (175-176 i januari 2009, 151-151 i augusti 2009 och 70-70 i januari 2010).

Om man accepterar utfallet i januari 2009 som en tillfällighet (som inträffar med sannolikhet högst 0.0425) så är det ändå ytterst osannolikt att det skulle följas av två antagningsomgångar med exakt lika många antagna av de två könen. Detta inträffar med en sannolikhet som är högst 0.0031, dvs. ungefär tre gånger på 1000.

Slutsatser

Vid de tre ansökningstillfällena 2009 och 2010 är sannolikheten att bli antagen klart högre för kvinnliga än för manliga sökande. Vid antagningarna före och efter dessa fanns ingen signifikant skillnad i antagnings sannolikhet.

Utfallet vid de tre ansökningstillfällena 2009 och 2010 kan inte heller förklaras av att det vid just dessa ansökningstillfällen varit mer kvalificerade kvinnliga sökande, utan det förefaller som om slumpen satts ur spel, dvs. att antagningen varit styrd.

Referenser

[1] Alm, Sven Erick & Britton, Tom, *Stokastik*, Liber 2008, 2011, 2014.

Uppsala 15 april 2015

Sven Erick Alm

Professor emeritus i Matematisk statistik

Matematiska institutionen

Uppsala universitet

Hemadress: Tegnérgatan 27A, 752 26 Uppsala

e-post: sea@math.uu.se, farbrorslump@gmail.com

Telefon: 070-557 19 31